

PLANIFICACIÓN DE CURSO

MMD40300 – Procesos Estocásticos y Ecuaciones Diferenciales Estocásticas

Primer Semestre Académico 2025

I. ACTIVIDAD CURRICULAR Y CARGA HORARIA

Asignatura: Procesos Estocásticos y Ecuaciones Diferenciales Estocásticas.	Código: MMD40300
Semestre de la Carrera: Séptimo Semestre (7mo).	
Carrera: Ing. Civil en Modelamiento Matemático de Datos.	
Escuela: Escuela de Ingeniería.	
Docente(s): Andrés Zúñiga.	
Ayudante(s): No aplica	
Horario: Cátedras: Lunes 14:30 – 16:00, Jueves 14:30 – 16:00 hrs.	

Créditos SCT:	6
Carga horaria semestral¹:	162 horas.
Carga horaria semanal:	9 horas.
Trabajo directo semanal:	3 horas.
Trabajo personal semanal:	6 horas.

II. RESULTADOS U OBJETIVOS DE APRENDIZAJE ESPERADOS ESTE SEMESTRE

1) Conocer las dificultades inherentes al trabajo problemas de evolución aleatorios (estocásticos), y la importancia de los fundamentos matemáticos para abordarlas de manera exitosa.
2) Comprender intuitivamente el concepto de proceso estocástico, con énfasis en el movimiento Browniano. Conocer y aplicar las propiedades del ruido blanco (movimiento Browniano).
3) Conocer y aplicar tanto la definición como los principales teoremas de integración estocástica (integral de Itô y de Stratonovich).
4) Entender las nociones de ecuación diferencial estocástica (SDE), soluciones fuerte y débil a una SDE, difusiones de Itô y generadores de la difusión.
5) Adquirir destreza para realizar cálculos de diferenciación e integración estocástica.
6) Implementar las herramientas aprendidas en el curso con datos reales, y el análisis crítico de sus resultados, en aplicaciones que incluyen: soluciones a problemas con valores de frontera, paradas optimales, y matemáticas financieras.

¹ Considere que 1 crédito SCT equivale a 27 horas de trabajo total (presencial/sincrónico y autónomo/asincrónico) en el semestre.

III. UNIDADES, CONTENIDOS Y ACTIVIDADES

UNIDAD TEMÁTICA 1: MOVIMIENTO BROWNIANO E INTEGRALES ESTOCÁSTICAS				
Semana	Contenidos	Actividades de enseñanza y aprendizaje		Actividades de evaluación diagnóstica, formativa y/o sumativa
		Tiempo sincrónico	Tiempo trabajo autónomo del estudiante	
1	<i>Motivaciones: Análogos estocásticos de EDOs, problemas de filtración, paradas optimales, matemáticas financieras, etc. . Repaso de probabilidades. Teorema de extensión de Kalmogorov</i>	3 horas	6 horas	
2	<i>Procesos estocásticos y Martingalas. El movimiento Browniano.</i>	3 horas	6 horas	
3	<i>Integrales estocásticas: Itô y Stratonovich. Integral de Itô: Construcción rigurosa, Lema de isometría, propiedades básicas. Diferencias entre integrales de Itô y Stratonovich.</i>	3 horas	6 horas	
4	<i>La fórmula de Itô 1-dimensional, Teorema de integración por partes estocástico. La fórmula de Itô multidimensional.</i>	3 horas	6 horas	
5	<i>El teorema de representación de Itô y el Teorema de representación de Martingalas.</i>	3 horas	6 horas	Entrega T1

UNIDAD TEMÁTICA 2: ELEMENTOS EN ECUACIONES DIFERENCIALES ESTOCÁSTICAS (SDEs)

6	<i>Ejemplos y algunos métodos de resolución de ecuaciones diferenciales estocásticas. Un teorema de existencia y unicidad para SDEs.</i>	3 horas	6 horas	Control 1 (CC1)
7	<i>Soluciones fuertes y débiles de SDEs. Difusiones de Itô, las Propiedades de Markov y de Markov fuerte. Aplicación a distribución de caída, medida armónica y prop. de valor medio.</i>	3 horas	6 horas	
8	<i>El generador de una difusión de Itô. La fórmula de Dynkin. El operador característico.</i>	3 horas	6 horas	

UNIDAD TEMÁTICA 3: TÓPICOS EN TEORÍA DE DIFUSIÓN

9	<i>Ecuación reversa de Kolmogorov y la resolvente. La fórmula de Feynman-Kac y el asesinato (killing) de una difusión.</i>	3 horas	6 horas	
10	<i>Semana de Autocuidado y Aprendizaje Autónomo</i>		9 horas	
11	<i>El problema de Martingalas. Fórmula de cambios de tiempo en integrales de Itô, el movimiento Browniano en la esfera.</i>	3 horas	6 horas	

UNIDAD TEMÁTICA 4: APLICACIONES DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ESTOCÁSTICAS.

--	--	--	--	--

12	Problemas de valores de frontera I: Existencia y unicidad para el problema de Dirichlet estocástico; puntos regulares.	3 horas	6 horas	
13	Problemas de valores de frontera II: Solución al problema de Poisson estocástico: unicidad y la fórmula de medida de Green (existencia).	3 horas	6 horas	Tarea 2 (T2)
14	Paradas optimales: Definición de tiempo de parada optimal, Teoremas de existencia y de unicidad del tiempo de parada optimal. Dependencia de la función de recompensa en el tiempo: ¿Cuándo es el mejor momento para vender una acción?	3 horas	6 horas	Control 2 (CC2)
15	Matemáticas financieras I: Mercados, potafolios y arbitrajes (accesibilidad de reclamos (claims) y completitud de mercados).	3 horas	6 horas	
16	TOPICOS ADICIONALES* (Matemáticas financieras II): Fijación de precios: opciones Europeas y la fórmula generalizada de Black-Scholes, fórmula para opciones americanas.	3 horas	6 horas	Presentación Oral (PO)

IV. CONDICIONES Y POLÍTICAS DE EVALUACIÓN

METODOLOGÍA DOCENTE

La metodología docente de trabajo será activo-participativa, mediante cátedras y sesiones de resolución de problemas. La modalidad de la asignatura será presencial, mientras la situación sanitaria lo permita.

EVALUACIONES

Las evaluaciones permitirán que los estudiantes demuestren los resultados de aprendizaje alcanzados en los distintos momentos del proceso de enseñanza. La evaluación se realizará mediante 2 Controles de Cátedra (CC), 2 Tareas y una Presentación Oral. Los CC tendrán una duración de hasta 3 horas cada uno, y serán evaluados de forma presencial.

Tabla 1. Calendario de evaluaciones

Evaluación	Fecha
T1	Ucampus Semana 5, lunes 21 de abril de 2025.
CC1	Presencial Semanal 6, lunes 28 de abril de 2025.
T2	Ucampus Semana 13, viernes 20 de junio de 2025.
CC2	Presencial Semana 14, jueves 26 de junio de 2025.
Presentación Oral (PO)	Presencial Semana 16, lunes 07 y jueves 10 de julio de 2025.

CONSIDERACIONES GENERALES

1. El promedio simple de los Controles de Cátedra (CC) conforma la Nota de Cátedra (NC):

$$NC = \frac{1}{2} (CC1 + CC2)$$

2. Las Tareas y la Presentación Oral conforman la Nota de Actividades Complementarias (NAC):

$$NAC = 35\% T1 + 35\% T2 + 30\% PO$$

3. Este curso NO posee Examen (EX), ni Examen Recuperativo (EXREC).

APROBACIÓN

4. La condición de aprobación del curso consiste en aprobar en simultáneo la Nota de Cátedra así como la Nota de Actividades Complementarias, por separado. Eso es:

$$NC \geq 4,0 \text{ y } NAC \geq 4,0$$

considerando aproximación a la décima para este cálculo.

5. La Nota Final del curso (NF), que se asigna al Acta de Notas, está compuesta por la Nota de Controles y la Nota de Actividades Complementarias mediante la siguiente ponderación:

$$NF = 50\% NC + 50\% NAC.$$

6. Todo estudiante cuya Nota Final (NF) esté entre 3,7 y 3,9, o haber faltado justificadamente a algún CC del curso, tiene derecho a dar un Control Recuperativo (CR) a final del semestre. Este CR permite aprobar el curso con nota 4.0 en la primera condición, o reemplaza la peor nota de CC en caso de inasistencia.

INASISTENCIAS A EVALUACIONES

7. Toda inasistencia a una evaluación presencial (i.e., a un Control de Cátedra o a la Presentación Oral) será calificada con la nota mínima 1.0, si no se justifica a través de la DAE. **El Control Recuperativo, cuando sea debidamente justificado, (CR) reemplaza la menor nota de Controles de Cátedra (CC).** Sin embargo, el reemplazo de la Nota de Control Rec. Por la nota más baja de CC no aplicará en el caso de una nota mínima asignada producto de una infracción a la integridad académica (por ejemplo, ser sancionado por plagio, o copia).
8. Las evaluaciones presenciales serán de manera individual. Por lo tanto, durante el desarrollo de estas, no se permitirá el trabajo colectivo ni el intercambio de materiales por cualquier medio que sea. El profesor podrá pedir defender la prueba entregada cuando lo vean necesario.
9. Toda actitud deshonesto en una evaluación es una falta grave y conlleva a la obtención de la nota mínima en la evaluación y a un sumario estudiantil que puede terminar en la expulsión de la Universidad.

V. BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS OBLIGATORIOS

- Bernt Øksendal, Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications. 5th Ed. (2000), Springer-Verlag Heiderlberg New York.
- Lawrence C. Evans, An introduction to Stochastic Differential Equations. 1st Ed. (2013), American Mathematical Society.

VI. BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS COMPLEMENTARIOS

- Louis-Pierre Arguin, A First Course in Stochastic Calculus. 1st Ed. (2022), Pure and Applied Undergraduate Texts (The Sally Series) no. 53, American Mathematical Society.
- Philip E. Protter, Stochastic Integration and Differential Equations. 2nd Ed. (2005), Springer.