

PROGRAMA DE CURSO

Nombre del curso (en castellano y en inglés)			
Desarrollo del pensamiento numérico y algebraico <i>Development of numerical and algebraic thinking</i>			
Escuela	Carrera (s)	Código	
Escuela de Educación	Pedagogía en Educación Básica	PEB4201	
Semestre	Tipo de actividad curricular		
Semestre 7, año 4	Obligatorio		
Prerrequisitos		Correquisitos	
Enseñanza y aprendizaje de la matemática en Educación Básica (PEB2101)		No tiene.	
Créditos SCT	Total horas a la semana	Horas de cátedra, seminarios, laboratorio, etc.	Horas de trabajo no presencial a la semana
5	8	4,5	3,5
Ámbito	Competencias a las que tributa el curso	Subcompetencias	
Enseñanza y aprendizaje de las disciplinas	<p>2.3. Implementar, de forma intencionada, recursos educativos diversos y pertinentes con el propósito de crear experiencias de aprendizaje enriquecidas, multimodales y contextualizadas.</p> <p>2.5. Generar oportunidades de aprendizaje que potencien el desarrollo de conocimientos y habilidades matemáticas para formar estudiantes que puedan usar la matemática para resolver problemas y modelar situaciones en diversos contextos.</p>	<p>2.3.3. Utilizar las tecnologías de la informática y la comunicación de manera eficiente, para encontrar, seleccionar, adaptar y crear sus propios recursos educativos.</p> <p>2.5.1. Identificar, emplear e interpretar la matemática en situaciones de diversos contextos, razonando matemáticamente y utilizando conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos.</p> <p>2.5.2. Argumentar la validez de propiedades, modelos y procedimientos con distintos grados de formalidad matemática, utilizando un lenguaje matemático preciso para desarrollar en sus</p>	

		<p>estudiantes las habilidades de comunicar y razonar, dando significado y conectando ideas matemáticas.</p> <p>2.5.3. Comprender, utilizar y transitar entre múltiples representaciones matemáticas, procedimientos y métodos de solución para abordar un problema o situación, escogiéndolos de acuerdo al objetivo matemático y nivel de conocimiento de los y las estudiantes.</p> <p>2.5.4. Comprender los números y sus operaciones, sus significados, sus representaciones, sus propiedades y estrategias de cálculo asociadas, así como las situaciones que modelan.</p> <p>2.5.5. Comprender y utilizar gráficos y expresiones numéricas y algebraicas para representar y analizar patrones y relaciones entre números, formas, objetos y conceptos.</p>
--	--	---

Propósito general del curso

El objetivo del curso es estudiar en profundidad temas avanzados de números naturales y fracciones, e introducir la representación decimal de los números, conceptos relativos a razones y proporciones y álgebra básica. Lo anterior se basa en un análisis de los significados, interpretaciones y representaciones, así como las relaciones entre éstos y la conexión de los conocimientos con los temas contenidos en el currículum.

Se aborda:

- Números naturales:
 - Factores, múltiplos, números primos y compuestos.
 - Máximo común divisor y mínimo común múltiplo.
 - Divisibilidad, criterios de divisibilidad.
- Fracciones:

- Interpretación de las fracciones como operador y como razón.
- Multiplicación y división: representación, algoritmos y propiedades.
- Decimales:
 - Expansión decimal y números decimales
 - Representación en la recta numérica. Orden y comparación.
 - Operaciones con números decimales con expansión finita.
 - Representación decimal de las fracciones.
 - Estimación y aproximación
 - Potencias de 10 y notación científica.
- Razones y proporciones.
 - Conceptos de razón y proporción.
 - Proporcionalidad directa e inversa.
 - Porcentajes. Relación con decimales
 - Gráficos de proporcionalidad. Análisis cualitativo.
- Números enteros:
 - Origen y representación
 - Operaciones y sus propiedades.
- Números racionales y reales. Números decimales no periódicos y ejemplos.
- Lenguaje algebraico, ecuación e inecuaciones
 - Expresiones numéricas y algebraicas. Operatoria.
 - Igualdad y desigualdad. Propiedades.
 - Ecuaciones lineales con una incógnita. Representaciones concretas pictóricas y algebraicas (modelo de balanza, de barra, otros). Planteamiento y resolución.
 - Inecuaciones lineales con una incógnita.
- Patrones y secuencias.
 - Representación algebraica de patrones y secuencias.
 - Progresiones aritméticas, geométricas y series.
- Dificultades y errores frecuentes en el aprendizaje de estos contenidos.
- Objetivos fundamentales del currículo escolar relacionados con los contenidos matemáticos del curso.

Con el propósito de desarrollar un conocimiento matemático profundo orientado hacia la enseñanza de estos contenidos, se usan diversas representaciones y se transita entre las mismas (p.ej. representación gráfica, tabular y algebraica de secuencias), se establecen conexiones conceptuales y entre significados (p. Ej. relación entre fracciones y decimales y entre razones y porcentajes). Asimismo, los contenidos se abordan en torno al desarrollo de argumentaciones y la comunicación de ideas matemáticas conectando lo numérico con lo algebraico.

Se contemplan actividades de aprendizaje que tienen como foco analizar producciones escolares y tareas de aula, permitiendo estudiar de manera profunda los contenidos matemáticos del curso y las dificultades asociadas a su aprendizaje, como la concepción errónea de que el producto es siempre mayor que los factores en una multiplicación y que el cociente es siempre menor que el dividendo, o la confusión entre proporcionalidad y crecimiento o decrecimiento simultáneos.

Para darle sentido a los contenidos se trabaja, de manera transversal, la resolución y el planteamiento de problemas en contexto significativos, promoviendo el uso flexible de variadas interpretaciones y operatoria de los números decimales y enteros, así como el uso del lenguaje algebraico. Es importante también fomentar la aplicación y el análisis de diversas estrategias de solución. Además, en la resolución de problemas se genera el espacio para trabajar de manera colaborativa y a través de la discusión de ideas matemáticas.

Se usan recursos educativos concretos y tecnológicos, para comprender y visualizar los contenidos del curso, indagar en sus propiedades y evidenciar sus aplicaciones. Por ejemplo, software interactivo para la representación de relaciones proporcionales o la representación de ecuaciones e inecuaciones. Se puede también considerar la utilización de recursos de aprendizaje online, como cursos e- o b-learning.

Resultados de Aprendizaje (RA)

RA1: Identificar, por medio de diversos recursos, las principales características del pensamiento matemático y numérico, con la finalidad de diseñar experiencias de aprendizaje enriquecidas, multimodales y contextualizadas.

RA2: Consolidar el conocimiento matemático de los diferentes sistemas numéricos y elementos asociados al álgebra escolar básica, con el fin de demostrar un alto dominio disciplinar.

RA3: Emplear diferentes tipos de representaciones matemáticas (concretas, pictóricas y simbólicas) considerando su relación con la comprensión de los conceptos y procedimientos involucrados en los diferentes sistemas numéricos y a los contenidos asociados al álgebra escolar básica.

RA4: Analizar los diferentes modos de uso y sentidos asociados a los diferentes sistemas numéricos y a los contenidos asociados al álgebra escolar básica.

RA5: Analizar, de manera crítica, la progresión de los contenidos referidos a diferentes sistemas numéricos y del álgebra escolar en el currículo matemático de la Educación Básica.

RA6: Seleccionar, de manera rigurosa, recursos de enseñanza (e.g., textos escolares, recursos Web) proveniente de diferentes fuentes, evaluando críticamente su tratamiento conceptual y didáctico.

RA7: Interpretar las diferentes dificultades o errores en el aprendizaje de los diferentes sistemas numéricos y contenidos del álgebra escolar, y proponer diferentes estrategias para abordarlos.

Número	RA al que contribuye la Unidad	Nombre de la Unidad	Duración en semanas
1	RA1, RA2, RA3, RA4, RA5	Pensamiento matemático y Teoría de la divisibilidad	3
Contenidos		Indicadores de logro	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Pensamiento matemático. 2. Pensamiento numérico. 3. Sentido numérico. 4. Teoría de la divisibilidad. <ol style="list-style-type: none"> 4.1. Múltiplos y divisores. 4.2. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor. 4.3. Números primos y compuestos. 4.4. Criterios de divisibilidad. 5. Abordaje y progresión en el currículum de los usos, conceptos y representaciones de la teoría de divisibilidad. 		<ol style="list-style-type: none"> 1. Distingue la principal diferencia entre pensamiento numérico y sentido numérico. 2. Define en forma precisa los conceptos asociados a la teoría de la divisibilidad. 3. Desarrolla argumentos matemáticos para justificar el cálculo de múltiplos, divisores, máximo común divisor, mínimo común múltiplo y criterios de divisibilidad. 4. Distingue el rol en el uso de una única representación al expresar algún concepto o procedimiento de la enseñanza de la teoría de la divisibilidad. 5. Distingue el rol en el uso simultáneo de dos o más representaciones al expresar algún concepto o procedimiento de la enseñanza de la teoría de la divisibilidad. 6. Identifica los diferentes significados asociados a los conceptos asociados a la teoría de la divisibilidad. 7. Compara estrategias de resolución de problemas (e.g., a través de la conveniencia de una estrategia por sobre otra). 8. Identifica la progresión de la teoría de la divisibilidad en la normativa curricular. 	

Número	RA al que contribuye la Unidad	Nombre de la Unidad	Duración en semanas
2	RA2, RA3, RA4, RA5, RA6, RA7	Fracciones y números decimales: contextos, conceptos, representaciones y modelos.	5
Contenidos		Indicadores de logro	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Conceptos, usos y representaciones asociadas a las fracciones y números decimales. 2. Multiplicación y división entre fracciones. 3. Orden, comparación y operaciones con números decimales. 4. Razón, proporción y razonamiento proporcional. 5. Abordaje y progresión en el currículum de fracciones y números decimales. 6. Dificultades y posibles errores en las operaciones con fracciones, en el trabajo con decimales y al trabajar con razones, proporciones y porcentajes. 7. Materiales y recursos para la enseñanza de fracciones, números decimales y razones, proporciones y porcentajes. 		<ol style="list-style-type: none"> 1. Relaciona los principales conceptos, usos y representaciones asociados a las fracciones y números decimales. 2. Desarrolla argumentos matemáticos para justificar la operatoria con fracciones y números decimales. 3. Identifica los diferentes significados asociados a la multiplicación y división entre fracciones, así como en la operatoria con decimales. 4. Distingue el rol en el uso de una única representación al expresar algún concepto o procedimiento relacionado con fracciones, números decimales, o al trabajar con razón, proporción y razonamiento proporcional. 5. Distingue el rol en el uso simultáneo de dos o más representaciones al expresar algún concepto o procedimiento relacionado con fracciones, números decimales, o al trabajar con razón, proporción y razonamiento proporcional. 6. Analiza críticamente el tratamiento de contenidos, habilidades y actitudes, habilidades matemáticas, referidos a fracciones, decimales y razonamiento proporcional, en los programas de estudios de primero a sexto básico. 7. Selecciona actividades de aprendizaje, provenientes de diversas fuentes, identificando cuál es el propósito que persiguen y definiendo criterios de selección. 8. Identifica el origen de diferentes errores y/o dificultades en el aprendizaje de la operatoria con fracciones y decimales. 9. Diseña estrategias para abordar errores y/o dificultades asociadas a la operatoria con fracciones y decimales, considerando la diversidad de estudiantes. 	

Número	RA al que contribuye la Unidad	Nombre de la Unidad	Duración en semanas
3	RA2, RA3, RA4, RA6, RA7	El desarrollo del pensamiento numérico a través de diferentes sistemas numéricos	3
Contenidos		Indicadores de logro	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Números decimales no periódicos y ejemplos. 2. Números Enteros. <ol style="list-style-type: none"> 2.1. Conceptos. 2.2. Representación. 2.3. Usos 3. Números Reales. <ol style="list-style-type: none"> 3.1. Conceptos. 3.2. Representación. 3.3. Usos 		<ol style="list-style-type: none"> 1. Relaciona los principales conceptos, usos y representaciones asociados a los principales conceptos de los números Enteros y Reales. 2. Desarrolla argumentos matemáticos para justificar la operatoria con números Enteros y Reales. 3. Identifica los diferentes significados asociados a los principales conceptos de los números Enteros y Reales. 4. Distingue el rol en el uso de una única representación al expresar algún concepto o procedimiento relacionado con números Enteros y Reales. 5. Distingue el rol en el uso simultáneo de dos o más representaciones al expresar algún concepto o procedimiento relacionado con números Enteros y Reales. 7. Selecciona actividades de aprendizaje, provenientes de diversas fuentes, identificando cuál es el propósito que persiguen y definiendo criterios de selección. 8. Identifica el origen de diferentes errores y/o dificultades en el aprendizaje de los principales conceptos de los números Enteros y Reales. 9. Diseña estrategias para abordar errores y/o dificultades asociadas a los principales conceptos de los números Enteros y Reales. 	

Número	RA al que contribuye la Unidad	Nombre de la Unidad	Duración en semanas
4	RA2, RA3, RA4, RA5, RA6, RA7	Desarrollo del pensamiento algebraico en la Educación Básica: generalización, representación, argumentación y justificación	4
Contenidos		Indicadores de logro	
<p>1. Pensamiento algebraico.</p> <p>2. Prácticas asociadas al pensamiento algebraico: generalización, representación, argumentación y justificación.</p> <p>3. Áreas para el desarrollo del pensamiento algebraico: aritmética generalizada; patrones y secuencias; equivalencia, expresiones, ecuaciones e inecuaciones; pensamiento funcional.</p> <p>4. Representaciones matemáticas en el trabajo con contenidos algebraicos.</p> <p>5. Sentido simbólico y simbolismo algebraico.</p> <p>6. Expresiones numéricas y algebraicas.</p>		<p>1. Relaciona los principales conceptos, usos y representaciones asociados al álgebra escolar básica.</p> <p>2. Desarrolla argumentos matemáticos para justificar las relaciones matemáticas que se establecen entre diferentes conceptos con carácter algebraico.</p> <p>3. Compara estrategias de resolución de problemas (e.g., a través de la conveniencia de una estrategia por sobre otra).</p> <p>4. Distingue el rol en el uso de una única representación al expresar algún concepto o procedimiento relacionado con elementos del álgebra escolar básica.</p> <p>5. Distingue el rol en el uso simultáneo de dos o más representaciones al expresar algún concepto o procedimiento relacionado con elementos del álgebra escolar básica.</p> <p>6. Analiza críticamente el tratamiento de contenidos, habilidades y actitudes, habilidades matemáticas, referidos al álgebra escolar básica, en los programas de estudios de primero a sexto básico.</p> <p>7. Selecciona actividades de aprendizaje, provenientes de diversas fuentes, identificando cuál es el propósito que persiguen y definiendo criterios de selección.</p> <p>8. Identifica el origen de diferentes errores y/o dificultades en el aprendizaje de elementos con carácter algebraico.</p> <p>9. Diseña estrategias para abordar errores y/o dificultades asociadas a elementos de carácter algebraico, considerando la diversidad de estudiantes.</p>	

Metodologías	Requisitos de Aprobación y Evaluaciones del Curso
Las clases de la asignatura contemplan una diversidad de metodologías con el fin de alcanzar los objetivos propuestos	Este curso considera diferentes instancias evaluativas, tal como se detallan:

en el curso. Se empleará metodología expositiva para el desarrollo de algunos temas, así como el desarrollo de talleres, lecturas complementarias y participación en foros.

Se utilizarán diversos recursos, tales como materiales concretos, herramientas TIC, vídeos de clases, textos escolares, artículos de divulgación e investigación, etc.

- **Controles (C)** tienen una ponderación total del 16% del NPE. Cada control evalúa uno o dos conocimientos o didácticos disciplinares. La ponderación de cada control en relación a NPE es:
 - C1 (2%), C2 (2%), C3 (2%), C4 (2%), C5 (2%), C6(2%), C7 (2%) y C8(2%).
- **Cuatro pruebas parciales (P)** tienen una ponderación total del 56% del NPE. Cada prueba evalúa el conocimiento y didáctico disciplinar. La ponderación de cada prueba parcial en relación a NPE es:
 - P1 (14%), P2 (14%), P3 (14%) y P4 (14%).
- **Cuatro trabajos (T)** con una ponderación total del 28% de NPE. Los trabajos corresponden a actividades prácticas y de aplicación. La ponderación de cada trabajo en relación a NPE es:
 - T1 (7%), T2 (7%), T3 (7%) y T4 (7%).

Para la aprobación de este curso se deben cumplir los siguientes criterios a la vez:

- **Nota Final:** Igual o superior a 4,0.
- **Asistencia:** Igual o superior al 70% de las clases.

Examen, se eximirán aquellos que cumplan con los siguientes criterios a la vez:

- **Nota Presentación a Examen (NPE):** Igual o superior a 5,0.
- **Asistencia:** Igual o superior al 80% del total de clases.

Importante, si se cumple solo un criterio deberá rendir examen

Nota Final

Aquellos que no deban rendir examen ya que su NPE es mayor o igual a 5,0 y además, su asistencia es igual o superior al 80% del total de clases; su "Nota Final" del curso será esa misma nota.

Aquellos que rindan el examen ya que su nota NPE es menor que 5,0 y/o su asistencia es menor

	<p>que el 80% del total de clases, su “Nota final” del curso será calculado considerando las siguientes ponderaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Nota Presentación a Examen: 70%. • Examen: 30%. <p>Si luego del examen obtiene Nota Final entre un 3,7 y un 3,9 deberá presentar un segundo examen. Si la nota del segundo examen es mayor al primero se reemplazará; en caso contrario, se mantendrá la nota del primer examen.</p>
Bibliografía Fundamental	
<ul style="list-style-type: none"> • Linares, S. (2006). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En C. Chamorro. (Ed.), <i>Didáctica de las matemáticas</i>. (pp. 187 – 220). Pearson. • Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D. y Zanocco, P. (2013). <i>REFIP Matemática: Números para futuros profesores de Educación Básica</i>. Santiago: Ediciones SM. • Ma, L. (2010). <i>Conocimientos y enseñanza de las matemáticas elementales</i>. Chile: Academia chilena de ciencias. • Martínez, S., y Varas, M. L. (2013). <i>REFIP Matemática: Álgebra para futuros profesores de Educación Básica</i>. Santiago: Ediciones SM. • Schliemann, A., Carraher, D. y Brizuela, B. M. (2011). <i>El carácter algebraico de la aritmética. De las ideas de los niños a las actividades en el aula</i>. Argentina: Paidós. • Vargas-Machuca, I., Jimeno, M. y Iriarte, M. (1990). <i>Números enteros</i>. Madrid: Editorial Síntesis. • Centeno, J. (1997). <i>Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?</i> Madrid: Editorial Síntesis. • Linares, S. y Sánchez, M. V. (2000). <i>Fracciones</i>. Madrid: Editorial Síntesis. • Vargas-Machuca, I., Jimeno, M. y Iriarte, M. (1990). <i>Números enteros</i>. Madrid: Editorial Síntesis. 	
Bibliografía Complementaria	
<ul style="list-style-type: none"> • Barnett-Clarke, C., Fischer, W., Marks, R. y Ross, S. (2010). <i>Developing essential understanding of rational numbers. Grades 3-5</i>. Reston, VA: NCTM. 9 • Etchemendy, M y Zilberman, G. (s/f). Hablar y escribir en la clase de matemática: Interacciones entre alumnos y maestros. En C. Broitman (Ed.), <i>Matemáticas en la escuela primaria (II). Saberes y conocimientos de niños y docentes</i>. (pp. 197 -218). Paidós. • Carrillo, J. et al (2016). <i>Didáctica de las matemáticas para maestros de Educación Primaria</i>. Madrid: Ediciones Paraninfo. • Isoda, M., Katarigi, S. (2014). <i>Pensamiento matemático. Cómo desarrollarlo en la sala de clases</i>. Santiago: CIAE. • Lannin, J., Ellis, A. B. y Elliot, R. (2011). <i>Developing essential understanding of Mathematical Reasoning. Pre-K—grade 8</i>. Reston, VA: NCTM. 	

- Oviedo, L., y Kanashiro, A. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. Revista Aula Universitaria. P.29-36. [versión digital]
- Russell, S. J., Schifter, D. y Bastable, V. (2011). *Connecting arithmetic to algebra*. Boston, MA: Heinemann.

Fecha última revisión:	17 de marzo de 2023
Programa visado por:	Jefatura de carrera PEB